

Μέτρηση Εσωτερικής Αντίστασης Ηλεκτρικής Πηγής

1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι να εξοικειωθούν οι σπουδαστές με τις βασικές έννοιες που σχετίζονται με τις ηλεκτρικές πηγές συνεχούς ρεύματος – μπαταρίες. Χρησιμοποιώντας κατάλληλες μεθόδους θα μετρηθούν η Ηλεκτρεγερτική Δύναμη ΗΕΔ και η εσωτερική αντίσταση μπαταρίας.

2. Γενικά

Σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα είναι απαραίτητο να υπάρχει μια διάταξη που να προκαλεί, στα σημεία που συνδέεται, διαφορά δυναμικού. Οι διατάξεις αυτές κάνουν ένα φορτίο να κινηθεί από χαμηλό σε ψηλότερο δυναμικό και ονομάζονται πηγές **Ηλεκτρεγερτικής Δύναμης (συντομογραφία ΗΕΔ)**. Πηγή ΗΕΔ είναι κάθε συσκευή (συσσωρευτής (μπαταρία), ηλεκτρική γεννήτρια κλπ) που αυξάνει τη δυναμική ενέργεια των φορτίων τα οποία τη διαρρέουν. Στη μπαταρία αυτό επιτυγχάνεται διαμέσου μιας ηλεκτροχημικής διαδικασίας (μετατροπή χημικής ενέργειας σε ηλεκτρική).

Στην ουσία η ΗΕΔ δεν είναι δύναμη (ο όρος είναι παραπλανητικός). Η ΗΕΔ είναι το έργο ανά μονάδα φορτίου που παράγεται από την πηγή κατά τη διέλευση του φορτίου μέσα από αυτήν και έχει μονάδες δυναμικού (volt). Μια μπαταρία με ΗΕΔ $E=1,5 \text{ V}$ παράγει έργο $1,5 \text{ J}$ για κάθε φορτίο ενός Coulomb το οποίο διέρχεται από αυτήν.

Η μπαταρία είναι μία από τις σημαντικότερες εφευρέσεις του 18 ου αιώνα (Volta 1800). Τα τελευταία 30 χρόνια η τεχνολογία της μπαταρίας βρίσκεται στην πρώτη γραμμή της έρευνας λόγω της τεράστιας αύξησης και της μεγάλης ποικιλίας των φορητών συσκευών.

Επιπλέον, η στροφή από τις αναλογικές στις ψηφιακές συσκευές δημιούργησε την ανάγκη για μπαταρίες που να ανταποκρίνονται σε παροχή μεγάλου ρεύματος μικρής διάρκειας σε αντίθεση με τις αναλογικές συσκευές που χρειάζονται μικρό και σταθερό ρεύμα. Είναι χαρακτηριστικό το γεγονός ότι μπαταρίες οι οποίες λειτουργούν ικανοποιητικά σε αναλογικές συσκευές εμφανίζουν περίεργη, απρόβλεπτη συμπεριφορά όταν τροφοδοτούν ψηφιακές συσκευές (αποτυγχάνουν πρόωρα να δώσουν την απαραίτητη ενέργεια σε ψηφιακές συσκευές).

Η αξιοπιστία και η διάρκεια ζωής βελτιώνεται με γοργούς ρυθμούς και το ζητούμενο είναι μπαταρίες (κυρίως επαναφορτιζόμενες) σε διάφορους σχεδιασμούς, διαστάσεις και χωρητικότητες για να καλύψουν τις ιδιαιτερότητες των συσκευών.

Η πλέον δημοφιλής κατηγορία επαναφορτιζόμενων μπαταριών που χρησιμοποιούνται σε φορητούς υπολογιστές κινητά τηλέφωνα κλπ είναι οι μπαταρίες λιθίου (Lithium-ion). Πλεονεκτήματα αυτής της τεχνολογίας είναι,

- η μεγάλη ποσότητα ενέργειας ανά μονάδα βάρους μπαταρίας που μπορούν να παρέχουν
- η αντοχή για πολλούς κύκλους φόρτισης/εκφόρτισης
- το γεγονός ότι ΔΕΝ παρουσιάζουν φαινόμενο μνήμης.

Μια σημαντική απαίτηση για τις μπαταρίες είναι η χαμηλή εσωτερική αντίσταση. Για όλους τους τύπους των μπαταριών γίνεται προσπάθεια για τη μείωση της εσωτερικής αντίστασης και τη βελτιστοποίηση της ηλεκτροχημικής διαδικασίας. Η εσωτερική αντίσταση μετράται σε $m\Omega$ ή Ω και γενικά έχει βρεθεί ότι ο χρόνος αποτελεσματικής λειτουργίας μίας μπαταρίας κάτω από διαφόρους ρυθμούς άντλησης ρεύματος σχετίζεται άμεσα με την εσωτερική της αντίσταση.

2.1 Σύντομο θεωρητικό μέρος

2.1.1 ΗΕΔ - Εσωτερική αντίσταση μπαταρίας

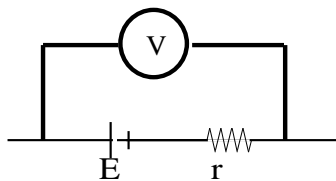
Μια ιδανική πηγή ΗΕΔ διατηρεί σταθερή τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών της, ανεξάρτητα από το ρεύμα που τη διαρρέει. Στην πράξη όμως αυτό δεν συμβαίνει γιατί τα φορτία κατά τη διέλευση τους μέσα από την πηγή συναντούν αντίσταση. Η αντίσταση αυτή λέγεται εσωτερική αντίσταση της πηγής και συμβολίζεται με r . Σε μια μπαταρία η αντίσταση αυτή οφείλεται:

- α) σε ηλεκτρικούς παράγοντες όπως η αντίσταση των υλικών που την απαρτίζουν, (κάλυμμα, εσωτερικά υλικά, ποιότητα επαφής μεταξύ των υλικών) και
- β) σε ηλεκτροχημικούς παράγοντες (αγωγιμότητα ηλεκτρολύτη, κινητικότητα ιόντων, επιφάνεια ηλεκτροδίων).

Γενικά η εσωτερική αντίσταση μίας μπαταρίας αυξάνεται με τη χρήση της, χωρίς να είναι προβλέψιμος ο τρόπος με τον οποίο αυξάνεται, καθώς υπεισέρχονται διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν την εσωτερική αντίσταση, όπως η χημεία της μπαταρίας, η ηλικία της, το βάθος εκφόρτισης καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο αντλείται ενέργεια από τη μπαταρία. Οι χαμηλές θερμοκρασίες προκαλούν επίσης αύξηση της εσωτερικής αντίστασης γιατί επιβραδύνουν την χημική αντίδραση στο εσωτερικό της μπαταρίας (μείωση της κινητικότητας των ιόντων).

2.1.2 Μέτρηση της ΗΕΔ μιας μπαταρίας

Η κατευθείαν μέτρηση της τάση στα άκρα της πηγής (Σχήμα:1) ονομάζεται τάση ανοικτού κυκλώματος και είναι ίση με την τιμή της ΗΕΔ E .¹



Σχήμα 1: Τάση ανοικτού κυκλώματος

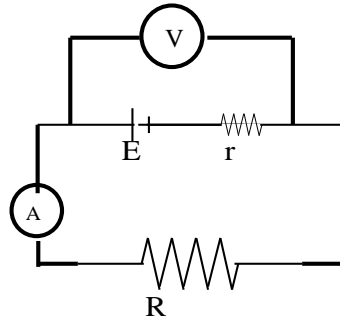
Η τιμή αυτή όταν η μπαταρία είναι καινούργια μπορεί να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ονομαστική της τιμή.

Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ των ακροδεκτών της ΗΕΔ για κλειστό κύκλωμα (δηλαδή κύκλωμα στο οποίο η ΗΕΔ τροφοδοτεί μια ωμική αντίσταση R) ονομάζεται πολική τάση.

Η πολική τάση δίδεται από τη σχέση:

¹ Θεωρούμε την άπειρη την εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου

$$V = E - I \cdot r \quad (1)$$



Σχήμα 2: Μέτρηση πολικής τάσης

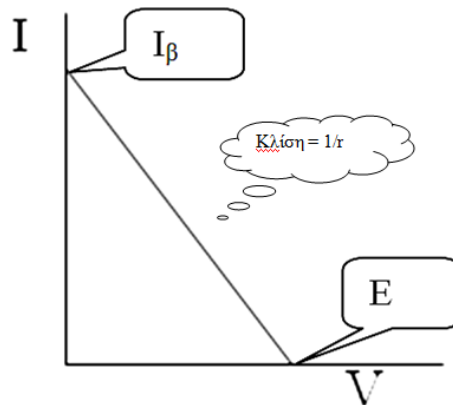
Όπου $I \cdot r$ πτώση τάσης πάνω στην εσωτερική αντίσταση r .
 Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα προσδιορίζεται από τη σχέση:
 $E - I r = I R$

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (2)$$

Εάν η πηγή είναι βραχυκυκλωμένη (δηλαδή είναι $R=0$) τότε τη διαρρέει το μέγιστο ρεύμα που ονομάζεται **ρεύμα βραχυκύκλωσης**

$$I_{\beta} = \frac{E}{r} \quad (3)$$

Προσοχή! Το ρεύμα βραχυκύκλωσης εξαρτάται από την εσωτερική αντίσταση της πηγής και σε μερικές περιπτώσεις μπορεί να είναι αρκετά μεγάλο ώστε να προκαλέσει υπερθέρμανση και καταστροφή της μπαταρίας.



Σχήμα 3: Γραφική απεικόνιση σχέσης $I=f(V)$

2.1.3 Μέτρηση της εσωτερικής αντίστασης μιας μπαταρίας

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της εσωτερικής αντίστασης μιας μπαταρίας. Μια συνηθισμένη τεχνική είναι η μέτρηση της πτώσης τάσης της μπαταρίας όταν τροφοδοτεί μια αντίσταση.

Η εσωτερική αντίσταση προκύπτει από τη σχέση $E - Ir = IR$ ή από δύο μετρήσεις τάσης για διαφορετικά ρεύματα ή από την κλίση της γραφικής παράστασης $I=f(V)$:

$$r = \frac{E - V}{I} \quad \text{ή} \quad r = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} \quad (4)$$

Σημειώνεται ότι η σχέση $E - Ir = IR$ δεν αποδίδει ικανοποιητικά τη συμπεριφορά μιας πηγής. Η ΗΕΔ μπορεί να μην είναι σταθερή και η εσωτερική αντίσταση να μην έχει ακριβώς ωμική συμπεριφορά. Η έννοια όμως της εσωτερικής αντίστασης μας βοηθά να περιγράψουμε με ικανοποιητικό τρόπο τη μπαταρία, ή κάθε άλλου τύπου πηγή συνεχούς ρεύματος.

2.1.4 Θεώρημα μέγιστης Ισχύος

Η ισχύς εξόδου στα άκρα μιας μπαταρίας δίδεται από τη σχέση:

$$P_{εξ} = I^2 R \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$P_{εξ} = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2} \quad (6)$$

Παρατηρούμε ότι η ισχύς εξόδου παρουσιάζει μέγιστο για $R = r$.

«Μια πηγή αποδίδει μέγιστη ισχύ όταν η αντίσταση που τροφοδοτεί είναι ίση με την εσωτερική της αντίσταση».

Στην περίπτωση αυτή, αποδεικνύεται ότι η τάση στα άκρα της πηγής γίνεται ίση με το μισό της ΗΕΔ. Δηλαδή $V=E/2$.

Αντικαθιστώντας το ρεύμα από τη σχέση (2) στην πολική τάση $V=IR$, προκύπτει:

$$V = IR = \frac{E}{1 + \frac{r}{R}} \quad (7)$$

Η πολική τάση όταν $R=r$ γίνεται ίση με $V=E/2$.

Επομένως, συνδέοντας μια πηγή (με ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r) με μια μεταβαλλόμενη αντίσταση R , μπορεί να βρεθεί εσωτερική της αντίσταση, προσδιορίζοντας την τιμή R για την οποία η πολική τάση γίνεται $V=E/2$.

2.1.5 Χωρητικότητα

Χωρητικότητα είναι το συνολικό φορτίο που μπορεί να δώσει μια μπαταρία κατά την εκφόρτισή της και μετριέται σε αμπερώρια Ah , ή για τις μικρές μπαταρίες σε mAh . ($Ah = 3600 Cb$)

C Rate ονομάζεται ο ρυθμός φόρτισης / εκφόρτισης μιας μπαταρίας με βάση τη συνολική της χωρητικότητα (αντλούμενο ρεύμα / χωρητικότητα). Ρυθμός 1C αντιστοιχεί **θεωρητικά** σε απόδοση όλης της ενέργειας μιας μπαταρίας σε μια ώρα. Για μια μπαταρία με ονομαστική χωρητικότητα 500 mAh 1C θα αντιστοιχούσε σε ρεύμα 500 mA για μία ώρα, 2C για την ίδια μπαταρία αντιστοιχεί σε 1000 mA για μισή ώρα κλπ. **Στη πραγματικότητα ο χρόνος εκφόρτισης για μεγάλα ρεύματα είναι πολύ μικρότερος από αυτόν που υπολογίζουμε θεωρητικά.**

Επίσης, μια μπαταρία μπορεί να παράγει μέχρι ένα μέγιστο ρεύμα το οποίο περιορίζεται από την εσωτερική της αντίσταση. Μια μπαταρία 500mAh δεν μπορεί για παράδειγμα να παράγει ρεύμα 30A σε ένα λεπτό. Επιπλέον ένας ρυθμός 3C μπορεί να είναι ικανοποιητικός για μια μπαταρία με μικρή εσωτερική αντίσταση όταν όμως η μπαταρία «παλιώνει» η εσωτερική αντίσταση αυξάνει οπότε δεν μπορεί να ανταποκριθεί σε τέτοια απαίτηση.

2.1.6 Πρόσθετα στοιχεία

Υπάρχουν διάφοροι τύποι μπαταριών με διαφορετικούς σχεδιασμούς, διαστάσεις, χωρητικότητες. Η επιλογή μπαταρίας εξαρτάται από τη συσκευή την οποία θέλουμε να τροφοδοτήσουμε και πρέπει πάντα να ακολουθούμε τις οδηγίες του κατασκευαστή για να εξασφαλίσουμε μεγαλύτερη απόδοση και διάρκεια ζωής για τη μπαταρία μας.

Όταν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε περισσότερες από μια μπαταρίες (σε σειρά) θα πρέπει να είναι του ίδιου τύπου για να έχουν καλύτερη συμβατότητα και επίσης να μην συνδυάζουμε χρησιμοποιημένες με καινούργιες (διότι περιορίζομαστε στη χωρητικότητα της παλαιότερης-ασθενέστερης).

Η εξάντληση μιας μπαταρίας οφείλεται στο γεγονός ότι έχει αυξηθεί η εσωτερική της αντίσταση. Η μέτρηση της ΗΕΔ μιας σχετικά εξαντλημένης μπαταρίας, μπορεί να δώσει τιμή πολύ κοντά στην ΗΕΔ της καινούριας. Εάν συνδέσουμε την μπαταρία με ένα εξωτερικό φορτίο η τερματική τάση της μπαταρίας μειώνεται σημαντικά.

Η ισχύς εξόδου στα άκρα μιας μπαταρίας είναι ίση με το άθροισμα του ρυθμού μεταβολής της χημικής ενέργειας σε ηλεκτρική (E.I) και του ρυθμού κατανάλωσης ενέργειας ($I^2 r$) στην εσωτερική της αντίσταση:

$$I^2 R = I(E - Ir) = E.I - I^2 r \quad (8)$$

Επομένως ένα μεγάλο μέρος της πτώση τάσης προέρχεται από την πτώση τάσης πάνω στην εσωτερική της αντίσταση με αποτέλεσμα να μην μπορεί να τροφοδοτήσει ικανοποιητικά μια συσκευή.

Για το λόγο αυτό **η μέτρηση της τάσης ανοικτού κυκλώματος δεν είναι ο κατάλληλος τρόπος για να αποφανθούμε για το πόση «ζωή» έχει απομείνει στη μπαταρία** (δηλ. να διαχωρίσουμε παλιές από καινούργιες μπαταρίες).

2.1.6.1 Φαινόμενο μνήμης

Σε μερικούς τύπους επαναφορτιζόμενων μπαταριών (Ni-Cd, NiMH), όταν η μπαταρία επαναφορτίζεται πριν εκφορτιστεί κάτω από κάποιο όριο, μπορεί να εμφανίσει μείωση της τάσης της. Αυτό λέγεται φαινόμενο μνήμης. Η τυπική τιμή τάσης ενός στοιχείου είναι 1.2 V. Εάν η εκφόρτιση γίνεται μέχρι τάση 1.10 V έως

1.16 V τότε μπορεί να δημιουργηθεί μνήμη. Για εκφόρτιση κάτω από 1.0 V δεν έχουμε το φαινόμενο αυτό. Υποβάλλοντας την μπαταρία σε μερικούς κύκλους πλήρους φόρτισης και εκφόρτισης μπορεί η μπαταρία να ανακτήσει την «πλήρη» χωρητικότητα της διαγράφοντας δηλαδή τη "μνήμη".

2.1.6.2 Προσωρινό «ζωντάνεμα» μπαταρίας

Στους συνηθισμένους τύπους μπαταριών (αλκαλικές, αυτοκινήτου κλπ) τα προϊόντα της αντίδρασης συσσωρεύονται γύρω από τους πόλους με αποτέλεσμα να επιβραδύνουν την αντίδραση και να έχουμε μείωση δυναμικού. Αν η σχετικά εξαντλημένη μπαταρία αφεθεί να «ηρεμήσει» για κάποιο χρόνο, τα προϊόντα διαχέονται με αποτέλεσμα η μπαταρία να εμφανίζει μεγαλύτερη τάση και να μας δώσει προσωρινά, μεγαλύτερο ρεύμα. Όσο πιο εξαντλημένη είναι η μπαταρία τόσο πιο έντονο είναι αυτό το φαινόμενο.

4. Πειραματική Διάταξη

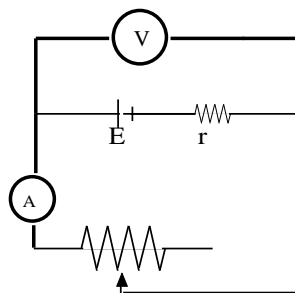


Η πειραματική διάταξη περιλαμβάνει σασί με αντιστάσεις ή ροοστάτη μπαταρία, αμπερόμετρο και ψηφιακό βολτόμετρο.

5. Λήψη και επεξεργασία μετρήσεων

5.1 Μέτρηση της εσωτερικής αντίστασης μιας μπαταρίας με ροοστάτη

1. Συνδέουμε τη μπαταρία (Σχήμα 4) με το ροοστάτη (ή με μεμονωμένες αντιστάσεις) και το αμπερόμετρο και την αφήνουμε για 1-2 λεπτά να διαρρέεται από ένα μικρό ρεύμα (σταθεροποίηση λειτουργίας)



Σχήμα 4: Κύκλωμα πρώτου μέρους

2. Παίρνουμε 6 μετρήσεις της τάσης μεταβάλλοντας το ρεύμα κατά ~30 mA (με το ροοστάτη) και τις καταχωρούμε στον πίνακα.
3. Μετράμε την ΗΕΔ της μπαταρίας (Σχήμα 1) στο τέλος των μετρήσεων και περίπου σε 20 sec από τη στιγμή που η μπαταρία σταματά να διαρρέεται από ρεύμα. $E =$
4. Υπολογίζουμε τη τιμή της εσωτερικής αντίστασης από τη σχέση

$$r = \frac{E - V}{I}$$

V (V)	I (mA)	r (Ω)	\bar{r} (Ω)	$\bar{r} - r_i$ (Ω)	$(\bar{r} - r_i)^2$ (Ω ²)

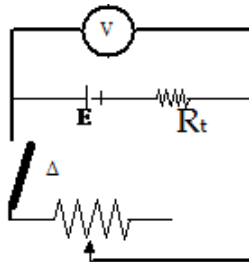
5. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή της r και το σφάλμα δr .

$$\delta r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{r} - r_i)^2}{n(n-1)}} \quad \bar{r} \pm \delta r =$$

6. Χαράζουμε τη γραφική παράσταση $I = f(V)$. Από αυτήν προσδιορίζουμε τις τιμές της εσωτερικής αντίστασης r, της ΗΕΔ E και του ρεύματος βραχυκύκλωσης I_β .
7. Συγκρίνουμε την τιμή της εσωτερικής αντίστασης που βρέθηκε από τον πίνακα 1 με αυτή που προέκυψε από την γραφική παράσταση. Σχολιάζουμε τα αποτελέσματά μας.

5.2 Μέτρηση της εσωτερικής αντίστασης μιας μπαταρίας με το θεώρημα μέγιστης ισχύος

Πραγματοποιούμε το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 5: Κύκλωμα δεύτερου μέρους

Η μεταβαλλόμενη αντίσταση στο κύκλωμα που βρίσκεται στη θέση εργασίας σας, αντικαθίσταται με σειρά αντιστάσεων κατάλληλης τιμής. Σε σειρά με την μπαταρία είναι συνδεδεμένη αντίσταση R_{σ} (για μείωση του ρεύματος που θα διαρρέει το κύκλωμά μας). Έτσι στη ουσία είναι σαν να θεωρούμε ότι η πηγή έχει “εσωτερική αντίσταση” $R_t = R_{\sigma} + r$.

Στην περίπτωση αυτή η τάση θα δίδεται από τη σχέση:

$$V = E - IR_t$$

1. Καταγράφουμε την τιμή της R_{σ}
2. Πατάμε τον πιεστικό διακόπτη Δ και μετράμε την ΗΕΔ της πηγής
3. Μεταβάλλουμε την αντίσταση (από την σειρά αντιστάσεων) και βρίσκουμε τις δύο πιο κοντινές αντιστάσεις μεταξύ των οποίων η τιμή της πολικής τάσης γίνεται από $V < E/2$ σε $V > E/2$.
4. Η τιμή της R_t προκύπτει από την μέση τιμή των δύο αυτών αντιστάσεων (οι τιμές των αντιστάσεων βρίσκονται στη θέση εργασίας).
5. Υπολογίζουμε την εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας από τη σχέση:

$$r = R_t - R_{\sigma}$$

6. Ερωτήσεις

1. Ποιά η διαφορά τάσης μεταξύ ΗΕΔ και πολικής τάσης της πηγής.
2. Τι είναι το ρεύμα βραχυκύκλωσης και πως μπορούμε να το μετρήσουμε
3. Από τι εξαρτάται η εσωτερική αντίσταση μιας μπαταρίας
4. Τι ονομάζουμε χωρητικότητα μιας μπαταρίας και τι μονάδες έχει;
5. Τι μας λέει το θεώρημα της μέγιστης ισχύος.

Βιβλιογραφία

1. YOUNG H. Πανεπιστημιακή Φυσική (Εκδ.Παπαζήση)
2. SERWAY, PHYSICS FOR SCIENTISTS & ENGINEERS (Ελληνική κδ.Λ.Ρεσβάνης)
3. «Μέτρηση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης και της εσωτερικής αντίστασης ηλεκτρικής πηγής», από το βιβλίο , “Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής ΙΙ ” Ομάδα Φυσικών ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ, (Μακεδονικές Εκδόσεις).
4. <http://www.batteryzone.com/>
5. <http://www.batteryuniversity.com/partone-22.htm>
6. <http://data.energizer.com/PDFs/BatteryIR.pdf> (Energizer Technical Bulletin “Battery internal resistance” December 2005)
7. <http://www.buchmann.ca/Chap9-page2.asp>
8. <http://www.mpoweruk.com/performance.htm>
9. <http://electronics.howstuffworks.com/battery.htm>